

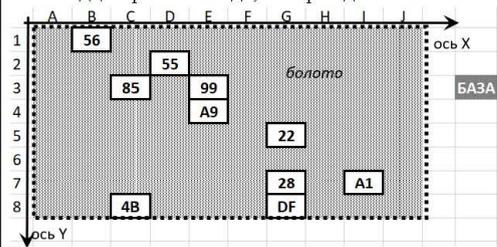
Шифр 11-3-3



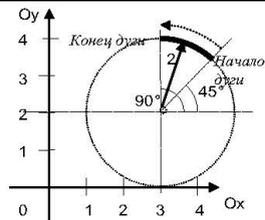
**Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»**  
Информационно - технологическое направление  
Заключительный тур 2020 г.  
**11 класс**

№	Задание	Ответы	баллы
1	На каждой грани куба написано одно натуральное число больше единицы. Для каждой вершины Ваня посчитал произведение чисел, написанных на гранях, которым принадлежит эта вершина. Сумма всех посчитанных произведений оказалась равна 195. Найдите сумму чисел, написанных на гранях куба.		10
2	Найдите наибольшее значение выражения $F = x^2 + y^2 + 20x + 14y$ , если переменные $x$ и $y$ удовлетворяют неравенству $ x - 3  +  y - 8  \leq 2$ .		15
3	Из множества пятизначных чисел, записанных следующими пятью цифрами 3, 2, 2, 8, 8, наудачу выбирают одно число. Найдите вероятность того, что оно нацело делится на 4.		25
4	При передаче секретной числовой информации количеством $N$ цифр отправитель посылает получателю $N+1$ десятичное число. Согласно принятой схеме шифрования первое десятичное число является базовым для расшифровки. Прочие $N$ чисел – числа-фильтры, которые позволяют сформировать цифры числа-результата. Все числа преобразуются в двоичный код. Для получения цифр числа результата используются числа-фильтры, определяя значимую часть передаваемой секретной информации: 0 в разряде числа-фильтра - означает, что данный бит базового числа следует игнорировать; 1 в разряде числа-фильтра означает, что данный бит базового числа формирует результат. Например, последовательность чисел «134 224 14 7» передает число 436. Определите, какое число в десятичной системе счисления передано с использованием данной схемы кодирования, если была отправлена следующая информация: 243 14 112 56		10
5	Робот Лягушка перемещается в соответствии с инструкциями, закодированными в двоичной системе счисления. Каждая инструкция длиной 8 бит: первый бит определяет направление прыжка по оси $X$ (0 - по оси $X$ , 1 - против оси $X$ ); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках; пятый бит определяет направление прыжка по оси $Y$ (0 - по оси $Y$ , 1 - против оси $Y$ ); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках. На кочках заданы инструкции для робота Лягушка; на рисунке они записаны в шестнадцатеричном коде. Кочки на рисунке изображены белыми прямоугольниками; имена кочек складываются из букв английского алфавита по оси $X$ и цифры по оси $Y$ ; серый фон - болото. Определите кочку, единственным исправлением инструкции на которой роботу Лягушке обеспечивается благополучное возвращение на базу с любой		15

кочки болота. В ответе укажите имя кочки и новую инструкцию в шестнадцатеричном коде, которая должна быть на ней написана.



Робот Циркуль имеет возможность рисовать любые фигуры на координатной плоскости, состоящие из дуг, с помощью команды  $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$ . По команде  $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$  Циркуль рисует дугу окружности с радиусом  $r$ , центр которой имеет координаты  $(x,y)$ , начало и конец дуги определяются углами градусной меры  $u1$  и  $u2$  соответственно. Ось абсцисс соответствует углу ноль градусов. Дуга рисуется от начала до конца против часовой стрелки. Например, команда  $\text{arc}(3, 2, 45, 90, 2)$  приведет к рисованию следующей фигуры:



Команда  $\text{cycle } k$  (<список команд>) позволяет повторять список команд, указанный в скобках,  $k$  раз.

Циркуль умеет работать с целочисленными переменными (тип переменных не объявляется). Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «=»; например, для переменной  $s$   $s$ =<новое значение  $s$ >, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «+», «-», «/», «\*».

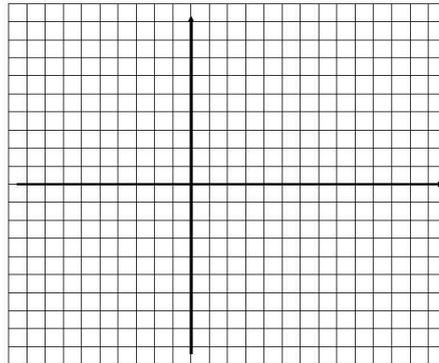
6

Изобразите, что нарисует Циркуль согласно следующей программе:

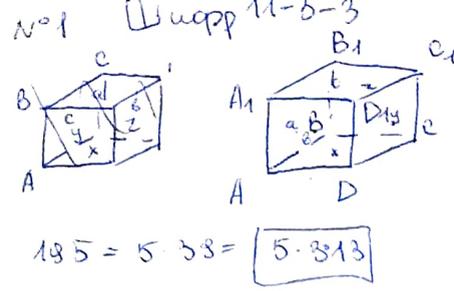
```

ustart = 0
cycle 3 (
  u = ustart
  r = 0
  d = 10
  cycle 8 (
    r = r + 1
    arc (0, 0, u - d, u + d, r)
    u = u + 10
    d = d + 5
  )
  ustart = ustart + 120
)

```



25



Для D:  $byx$   
 Для A:  $abx$   
 Для C:  $xyz$   
 Для B:  $xaZ$   
 Для A1:  $vac$   
 Для AB1:  $azc$   
 Для C1:  $yz$   
 Для D1:  $avy$

$byx + abx + xyz + xaZ + vac + a-zc + yz + avy = 195$   
 $y(bx + cb + xz + cz) + a(bx + bc + xz + cz) = 195$   
 $(b(x+c) + z(x+c))(y+a) = 195$   
 $(x+c)(b+z)(y+a) = 195 \quad (1)$   
 Т.к. каждое из этих чисел  $> 1$ , то  $x+c > 1, b+z > 1, y+a > 1 \Rightarrow$  никакая комбинация из (1) не может быть = 1. Значит

$195 = 5 \cdot 3 \cdot 13 = \boxed{5 \cdot 3 \cdot 13}$

произведение 3 натуральных чисел, больших 1 = 195. Это могут быть только 3, 5, 13, т.е.  $195 = 5 \cdot 3 \cdot 13$ , поскольку 3, 5, 13 - простые, а значит сумма  $x+c+b+z+y+a = 3+5+13 = 21$ .  
 Ответ: 21.

№2  
 $F = x^2 + y^2 + 10x + 10y = (x^2 + 10x + 25) + (y^2 + 10y + 25) - 148 = (x+7)^2 + (y+10)^2 - 148$

$\min(F) = (-7+7)^2 + (-10+10)^2 - 148 = -148$

$|x-3| + |y-8| \leq 2$   
 $|x-3| \geq 0$   
 $|y-8| \geq 0$   
 (1) Значит нужно максимизировать сумму  $(x+7)^2 + (y+10)^2$ .  
 Рассмотрим разные варианты, устроив и.у.м. (1):  $x=3, y=8$   
 $x=4, y=8 \Rightarrow (4+7)^2 + (8+10)^2 = 121 + 361 = \boxed{482}$ ;  $x=5, y=8 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (5+7)^2 + (8+10)^2 = 144 + 324 = \boxed{468}$ ;  $x=3, y=10 \Rightarrow (3+7)^2 + (10+10)^2 =$

$= 100 + 400 = \boxed{500}$ . Получаем, что 500 - самая максимальная сумма  $\Rightarrow$  ответ = 500

$-148 = 351$   
 Ответ: 351.

№3  
 Общее число возможных 5-значных чисел =  $\binom{5}{1} \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{120}{4} = 30$  чисел.  $3! \bmod 4 = 0$ ;  $12 \bmod 4 \neq 0$ ;  $82 \bmod 4 \neq 0$ ;  $28 \bmod 4 = 0$ ;  $83 \bmod 4 \neq 0$ ;  $38 \bmod 4 \neq 0$ ;  $23 \bmod 4 \neq 0$ ;  $88 \bmod 4 = 0$ . Значит нас интересуют варианты чисел, ~~которые~~ 2 последние цифры которых образуют числа 22, 82, 83, 38, 23. Для 22 таких 5-значных чисел  $\frac{3!}{2!} = \frac{6}{2} = 3$  варианта; для 82  $\frac{3!}{1!} = 6$  вариантов; для 83  $\frac{3!}{1!} = 6$  вариантов; для 38  $\frac{3!}{1!} = 6$  вариантов; для 23 -  $\frac{3!}{1!} = 6$  вариантов, т.е. удовлетворяющих нас вариантов  $3+6+3+3+3 = 18$  вариантов. Значит в-ть того, что число  $\bmod 4 = 0$  равна

$\frac{30-18}{30} = 1 - \frac{18}{30} = 1 - \frac{6}{10} = 0,4$

ответ: 0,4  
 №4

№ 4

$$134_{10} = 10000110_2$$

$$224_{10} = 11100000_2$$

$$14_{10} = 1110_2$$

$$7_{10} = 111_2$$

$$10000110_2$$

$$11100000_2$$

$$1110$$

$$10001110$$

$$10001110_2 = 256 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 < 456$$

№ 5

- 0 - 0000
- 1 - 0001
- 2 - 0010
- 3 - 0011
- 4 - 0100
- 5 - 0101
- 6 - 0110
- 7 - 0111
- 8 - 1000
- 9 - 1001
- A - 1010
- B - 1011
- C - 1100
- D - 1101
- E - 1110
- F - 1111

$$5b_{16} = 01010110_2 - \text{по } X, 5, \text{ по } Y, 6 - \text{т.е. в } G7$$

$$55_{16} = 01010101_2 - \text{по } X, 5, \text{ по } Y, 5 - \text{в } F7$$

$$85_{16} = 10001010_2 - \text{против } X, 0, \text{ по } Y, 5 \rightarrow \text{в } C8$$

$$93_{16} = 10011001_2 - \text{против } X, 1, \text{ против } Y, 1$$

$$A8_{16} = 10101000_2 - \text{против } X, 2, \text{ против } Y, 1 \rightarrow C3$$

$$22_{16} = 00100010_2 - \text{по } X, 2, \text{ по } Y, 2 - \text{в } D7$$

$$28_{16} = 00101000_2 - \text{по } X, 2, \text{ против } Y, 0 \rightarrow \text{в } I7$$

$$A1_{16} = 10100001_2 - \text{против } X, 2, \text{ по } Y, 1 - \text{в } G8$$

$$4B_{16} = 01001011_2 \rightarrow \text{по } X, 4, \text{ против } Y, 3, \text{т.е. в } G5$$

$$DF_{16} = 11011110_2 - \text{против } X, 5, \text{ против } Y, 7 - \text{в } A2$$

$$RE_{16} = 1110$$

Ответа: ~~88~~, 01011101.

№ 4

$$134_{10} = 10000110_2$$

$$224_{10} = 11100000_2$$

$$456_{10} = 110110100_2$$

$$100_{10} = 1100100_2$$

$$14_{10} = 1110_2$$

$$256 = 384$$

$$30_{10} = 11110_2$$

$$7_{10} = 111_2$$

$$123$$

$$4_{10} = 100_2$$

$$32 + 16 + 4 = 52$$

$$16 + 4 = 20$$

$$4 + 1 = 5$$